解答速報

医歯専門予備校 メルリックス学院 MELURIX × 医学部受験予備校 医特

兵庫医科大学 一般選抜 数学

$\boxed{1}$

(1) 真数条件より$x>0$かつ$x \neq 1$ …①

$\log_4|x-1|+2>\log_2 x$

$\log_4|16(x-1)|>\dfrac{\log_4 x}{\log_4 2}=2\log_4 x=\log_4 x^2$

底$4>1$より$|16(x-1)|>x^2$

$1<x$のとき　$0>x^2-16x+16=(x-8-4\sqrt{3})(x-8+4\sqrt{3})$

$8-4\sqrt{3}<x<8+4\sqrt{3}$　これは①, $1<x$を満たす

$1>x$のとき　$0>x^2+16x-16=(x+8-4\sqrt{5})(x+8+4\sqrt{5})$

$-8-4\sqrt{5}<x<-8+4\sqrt{5}$　①, $1>x$より$0<x<-8+4\sqrt{5}$

以上より　$8-4\sqrt{3}<x<8+4\sqrt{3}$, $0<x<-8+4\sqrt{5}$

(2) $y=e^{ax}\sin bx$

$y'=ae^{ax}\sin bx+e^{ax}(b\cos bx)=e^{ax}(a\sin bx+b\cos bx)$

$y''=ae^{ax}(a\sin bx+b\cos bx)+e^{ax}(ab\cos bx-b^2\sin bx)$

$=(a^2-b^2)e^{ax}\sin bx+2abe^{ax}\cos bx$

$y''-2y'+5y=e^{ax}\sin bx(a^2-b^2-2a+5)+e^{ax}\cos bx(2ab-2b)=0$

これが関数として0なので, $a^2-b^2-2a+5=0$ …①, $2ab-2b=0$ …②

② $\Leftrightarrow 2b(a-1)=0$　よって, $a=1$ or $b=0$

$a=1$のとき①より$b=\pm 2$

$a=0$のとき①より不適

以上より$(a, b)=(1, \pm 2)$

(3) (a)　「○」２０個「|」２個の並べ替えの場合の数と同値

${}_{22}C_2=231$個

(b)　$(x-1)+(y-1)+(z-1)=17$, $x-1\geqq 0$, $y-1\geqq 0$, $z-1\geqq 0$より

「○」１７個「|」２個の並べ替えの場合の数と同値

${}_{19}C_2=171$個

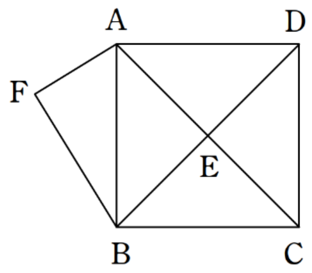
(4) $y=x-\dfrac{\pi}{3}$ $0\leqq y<\pi$かつ$0\leqq x<\pi$より$\dfrac{\pi}{3}\leqq x<\pi$

$$\sin^2 x+\cos^2 y=\sin^2 x+\cos^2\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$$
$$=\frac{1-\cos 2x}{2}+\frac{1+\cos\left(2x-\frac{2}{3}\pi\right)}{2}$$
$$=1+\frac{1}{2}\left(-\cos 2x-\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x\right)$$
$$=1+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$$

$x=\dfrac{5}{12}\pi$のとき最大値$1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x=\dfrac{11}{12}\pi$のとき最小値$1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(5) $AB^2=AF^2+BF^2=100$より$AB=10$



∠FAB$=\theta$とおくと,

$\cos\theta=\dfrac{3}{5}$, $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$

$AE=10\sin\dfrac{\pi}{4}=5\sqrt{2}$

三角形AEFについて余弦定理より

$$EF^2=6^2+(5\sqrt{2})^2-2\cdot 6\cdot 5\sqrt{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$=86-60\sqrt{2}\left(\cos\theta\frac{1}{\sqrt{2}}-\sin\theta\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$
$$=98$$

$EF=7\sqrt{2}$

$\boxed{2}$

(1) $200\times\dfrac{a}{100}+300\times\dfrac{b}{100}=2a+3b$

(2) 塩の量に着目すると

$n-1$回後	A→B	n回後
$2x_{n-1}$	x_{n-1}	$\dfrac{5}{4}x_{n-1}+\dfrac{3}{4}y_{n-1}=2x_n$
$3y_{n-1}$	$x_{n-1}+3y_{n-1}$	$\dfrac{3}{4}x_{n-1}+\dfrac{9}{4}y_{n-1}=3y_n$

$x_n=\dfrac{5}{8}x_{n-1}+\dfrac{3}{8}y_{n-1}$, $y_n=\dfrac{1}{4}x_{n-1}+\dfrac{3}{4}y_{n-1}$

(3) $2x_n+3y_n=X_n$とおくと

$$X_n=2x_n+3y_n=2\left(\frac{5}{8}x_{n-1}+\frac{3}{8}y_{n-1}\right)+3\left(\frac{1}{4}x_{n-1}+\frac{3}{4}y_{n-1}\right)$$
$$=2x_{n-1}+3y_{n-1}=X_{n-1}$$より

$X_n=X_0=2a+3b$で一定。

(4) $$x_{n+1}=\frac{5}{8}x_n+\frac{3}{8}y_n=\frac{5}{8}x_n+\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{3}(2a+3b-2x_n)$$
$$=\frac{3}{8}x_n+\frac{2a+3b}{8}$$

$x_{n+1}-\dfrac{2a+3b}{5}=\dfrac{3}{8}\left(x_n-\dfrac{2a+3b}{5}\right)$, $x_0=a$より

$$x_n=\frac{3(a-b)}{5}\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^n+\frac{2a+3b}{5}$$

$$y_n=-\frac{2(a-b)}{5}\left(\frac{3}{8}\right)^n+\frac{2a+3b}{5}$$

(5) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}x_n=\lim_{n\to\infty}y_n=\frac{2a+3b}{5}$

$\boxed{3}$

(1) $\dfrac{\beta-0}{\alpha-0}$が実数であることが条件となるので,

$$\frac{\beta}{\alpha}=\overline{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\beta}{\alpha}=\frac{\overline{\beta}}{\overline{\alpha}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{\alpha}\beta=\alpha\overline{\beta}$$

(2) 中心と頂点の距離はそれぞれ等しいので,

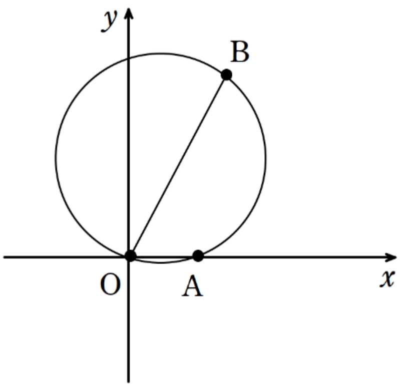
$|\gamma|=|\alpha-\gamma|=|\beta-\gamma|$

$\gamma\overline{\gamma}=\alpha\overline{\alpha}-\alpha\overline{\gamma}-\overline{\alpha}\gamma+\gamma\overline{\gamma}=\beta\overline{\beta}-\beta\overline{\gamma}-\overline{\beta}\gamma+\gamma\overline{\gamma}$

これを整理すると　$0=\alpha\overline{\alpha}-\alpha\overline{\gamma}-\overline{\alpha}\gamma$, $0=\beta\overline{\beta}-\beta\overline{\gamma}-\overline{\beta}\gamma$

$\overline{\gamma}$を消去すると, $\gamma=\dfrac{|\alpha|^2\beta-\alpha|\beta|^2}{\overline{\alpha}\beta-\overline{\beta}\alpha}$

(3)(i)



$\beta=2\sqrt{3}\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

より$\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{\pi}{3}$

円周角の定理より

$\angle\mathrm{ACB}=\dfrac{2\pi}{3}$

(ii)

$w=\cos\dfrac{\pi}{4}+i\sin\dfrac{\pi}{4}$ より

z_nはγ中心にαを$\dfrac{n\pi}{4}$回転した点である。

(i)より$n=3+8k$のとき題意を満たす。(ただし, kは整数)

～講評～

$\boxed{1}$　小問集合で、(1) は対数不等式、(2) は数Ⅲの微分、(3) は整数解の組の総数を求める問題、(4) は三角関数の最大最小、(5) は平面図形。いずれも昨年度よりは解きやすい問題でした。
(3) についてはメルリックス学院の前日セミナーで扱った予想問題がズバリ的中しました。

$\boxed{2}$　食塩水の濃度変化を、漸化式を用いて解く問題でした。兵庫医科大学では 2012 年に類題が出題されています。

$\boxed{3}$　複素数平面の問題でした。(3) は (2) ができてなくても、丁寧に図を描いて円周角が $\pi/3$ であることに気づけば解ける問題でした。

難易度はやや易化しましたが、時間的には厳しかったと思います。$\boxed{1}$の配点が大きいことを考えると、$\boxed{1}$で 3 問半を確保して$\boxed{2}$を完答、$\boxed{3}$を途中まで解くか、$\boxed{2}$を途中まで解き、$\boxed{3}$の (3) に時間をかけるかという形が堅実だったと思います。以上を踏まえて、合格ラインは 6 割程度が想定されます。