2026年1月28日　実施

兵庫医科大学

一般　数学

1

（１）$t=\sin\theta$ とおくと

$$f(\theta)=\left|8\sin\theta-2\left(1-2\sin^2\theta\right)-3\right|=\left|4t^2+8t-5\right|=\left|4(t+1)^2-9\right|$$

と表され，$-1\leqq t\leqq 1$ において $t=-1$ のとき最大

$4t^2+8t-5=(2t-1)(2t+5)=0$ とすると $t=\dfrac{1}{2}$ であり，$f(\theta)\geqq 0$ よりこのとき最小となる。

よって $t=-1 \Leftrightarrow \theta=\dfrac{3}{2}\pi$ のとき最大値 9，$t=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\theta=\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5}{6}\pi$ のとき最小値 0 をとる…(答)

（２）t 時間後のバクテリアは $10^{\frac{t}{3}}$ 倍となるので $10^{\frac{t}{3}}=100$ として $t=6$

よって　6時間後　…(答)

（３）

(a)　自然対数をとると $\log y=x\log x$ となる。これを x で微分すると

$$\frac{y'}{y}=\log x+1 \qquad \therefore\ y'=y(\log x+1)=x^x(\log x+1)$$ …(答)

(b) 自然対数をとると $\log y = x^x \log x$，両辺 x で微分すると

(a) より $\left(x^x\right)' = x^x\left(\log x + 1\right)$ だから

$$\frac{y'}{y} = \left(x^x\right)' \log x + x^x \times \frac{1}{x}$$

$$= x^x\left(\log x + 1\right)\log x + x^{x-1}$$

$$\therefore\ y' = y\left\{\left(\log x + 1\right)\log x + x^{x-1}\right\} = x^{x^x + x - 1}\left\{x\left(\log x\right)^2 + x\log x + 1\right\} \quad \cdots(\text{答})$$

（4）

$$\int \frac{x^2+4x+2}{x^2+3x+2}dx = \int \left(1-\frac{1}{x+1}+\frac{2}{x+2}\right)dx$$

$= x-\log|x+1|+2\log|x+2|+C$ (C は積分定数)…(答)

（5）

(a)

No. k　の値を x_k とおくと $x_k = 2k-1$ となるので

変量 x の平均は $\bar{x} = \dfrac{1}{50}\displaystyle\sum_{k=1}^{50}(2k-1) = 50$　…(答)

分散は $s_x{}^2 = \dfrac{1}{50}\displaystyle\sum_{k=1}^{50}(2k-1)^2 - 50^2 == 833$　…(答)

(b)

$$\bar{y} = \frac{1}{50}\sum_{k=1}^{5-}(101-2k) = 50$$

$$\frac{1}{50}\sum_{k=1}^{50}x_k y_k = \frac{1}{50}\sum_{k=1}^{50}(2k-1)(101-2k) = 83350$$

だから，共分散は $s_{xy} = \dfrac{1}{50}\displaystyle\sum_{k=1}^{50}x_k y_k - \overline{xy} = -833$　…(答)

2

（1）$\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{\dfrac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

よって　ア　6　イ　2

（2） $\sqrt{a+\sqrt{b}i}=\sqrt{x}+\sqrt{y}i$ とおく

　両辺 2 乗して $a+\sqrt{b}i=x-y+2\sqrt{xy}i$

a,b,x,y は正の実数より

$x-y=a$　…①

$2\sqrt{xy}=\sqrt{b} \Leftrightarrow xy=\dfrac{b}{4}$　…②

ここで $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=a^2+b$ より $x+y=\sqrt{a^2+b}$　…③

が得られるので①，③より $x=\dfrac{a+\sqrt{a^2+b}}{2}, y=\dfrac{-a+\sqrt{a^2+b}}{2}$

よって　ウ　$\dfrac{a+\sqrt{a^2+b}}{2}$　エ　$\dfrac{-a+\sqrt{a^2+b}}{2}$

（3）有理数 p,q に対して， $\sqrt[3]{6\sqrt{3}-10}=p+q\sqrt{3}$ …④とおく

両辺を 3 乗して $6\sqrt{3}-10=p^3+9pq^2+3\left(p^2q+q^3\right)\sqrt{3}$

より $p^3+9pq^2=-10$　…⑤　，　$p^2q+q^3=2$　…⑥

$p=-1,q=1$ は⑤，⑥を満たし，

有理数 p,q,p',q' について $p+q\sqrt{3}=p'+q'\sqrt{3} \Leftrightarrow (p,q)=(p',q')$ だから④を満たす有理数 p,q はただ 1 組

である。

よって，　オ　-1　カ　1

（4）

(a) 加法定理より

$$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \cdots(\text{答})$$

(b) $\mathrm{PD} = \dfrac{1}{\sin 75^\circ} = \sqrt{6}-\sqrt{2}$， $\mathrm{PC} = \mathrm{PD}\cos 75^\circ = (\sqrt{6}-\sqrt{2})\cos(30^\circ + 45^\circ) = 2-\sqrt{3}$

より $\mathrm{BP} = 2 - \mathrm{PC} = \sqrt{3}$

よって，三角形 ABP において $\mathrm{AB}=1, \mathrm{BP}=\sqrt{3}, \mathrm{AP}=2$ となるので $\angle\mathrm{PAB}=60^\circ$　$\cdots$(答)

3

（1） C は y 軸上に焦点をもつ双曲線であり，中心が原点，頂点の 1 つ座標が $(0,\sin\theta)$ となるので

$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{\sin^2\theta}=-1$ とおくと $1=\sqrt{a^2+\sin^2\theta}$ より $a^2=1-\sin^2\theta=\cos^2\theta$

$\therefore C:\dfrac{x^2}{\cos^2\theta}-\dfrac{y^2}{\sin^2\theta}=-1$ 　…(答)

C を y について解くと　$y=\pm\sin\theta\sqrt{\dfrac{x^2}{\cos^2\theta}+1}$ 　と表され，このうち A を通るのは $y=\sin\theta\sqrt{\dfrac{x^2}{\cos^2\theta}+1}$

…① 　の方であるから $y>0$ が成り立ち， x 軸の上側にある。

また，漸近線は $y=\pm\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}x \ =\pm(\tan\theta)x$ 　…(答)

（2） $x=\dfrac{\cos\theta}{2}\left(e^t-e^{-t}\right)$ を①に代入して $y=\dfrac{\sin\theta}{2}\left(e^t+e^{-t}\right)$ が得られるので速度ベクトルは

$\vec{v}=\left(\dfrac{dx}{dt},\dfrac{dy}{dt}\right)=\left(\dfrac{\cos\theta}{2}\left(e^t+e^{-t}\right),\dfrac{\sin\theta}{2}\left(e^t-e^{-t}\right)\right)$ 　…(答)

（3） P_0 における接線を l とおくと， $l:\dfrac{x_0}{\cos^2\theta}x-\dfrac{y_0}{\sin^2\theta}y=-1$

l と $y=(\tan\theta)x$ の交点を Q とすると $\mathrm{Q}\left(-\dfrac{\sin\theta\cos^2\theta}{x_0\sin\theta-y_0\cos\theta},-\dfrac{\sin^2\theta\cos\theta}{x_0\sin\theta-y_0\cos\theta}\right)$

l と $y=-(\tan\theta)x$ の交点を R とすると $\mathrm{R}\left(-\dfrac{\sin\theta\cos^2\theta}{x_0\sin\theta+y_0\cos\theta},\dfrac{\sin^2\theta\cos\theta}{x_0\sin\theta+y_0\cos\theta}\right)$

と表されるので△OQR の面積は

$$\frac{1}{2}\left|-\frac{\sin\theta\cos^2\theta}{x_0\sin\theta-y_0\cos\theta}\times\frac{\sin^2\theta\cos\theta}{x_0\sin\theta+y_0\cos\theta}-\left(-\frac{\sin^2\theta\cos\theta}{x_0\sin\theta-y_0\cos\theta}\right)\times\left(-\frac{\sin\theta\cos^2\theta}{x_0\sin\theta+y_0\cos\theta}\right)\right|$$

$$=\left|\frac{\sin^3\theta\cos^3\theta}{{x_0}^2\sin^2\theta-{y_0}^2\cos^2\theta}\right|=\left|\frac{\sin\theta\cos\theta}{\dfrac{{x_0}^2}{\cos^2\theta}-\dfrac{{y_0}^2}{\sin^2\theta}}\right|=\frac{1}{2}\sin 2\theta$$

となり，点 P_0 の位置によらず一定である。（証明終わり）

【講評】

$\boxed{1}$　小問集合

（１）数学Ⅱ　三角関数の最大・最小

　2 倍角の公式を用いる内容・計算とも基本的な問題。

（２）数学Ⅱ　指数関数

　文章題の出題であるが、内容は基本的。

（３）数学Ⅲ　微分法

　対数微分法についての計算問題。苦手とする受験生も多い項目であるが、理解できている人にとっては基本的な内容。

（４）数学Ⅲ　積分法

　分数関数の定積分についての計算問題。解法の整理ができていないと時間がかかると思われる。

（５）数学Ⅰ　データの分析

　平均、分散、共分散を求める問題であるが内容は数列の和がテーマとなっており計算問題としてはやや分量があるものとなっている。

$\boxed{2}$　小問集合

（１）～（３）は様々な 2 重根号についての問題で（１）基本　（２)、（３）標準　の内容。

（４）の図形は内容は基本であるが、計算でやや戸惑うかもしれない。

$\boxed{3}$　数学 C　式と曲線

双曲線をテーマとした総合問題。内容はオーソドックスであるが計算問題としてはやや重いものとなっていた。

第 2 問が考える計算問題となっていて、全体として分量が昨年より多く感じられる。目標得点は 55%。